Programarea calculatoarelor

Reprezentare internă. Operatori pe biţi

31 martie 2009

Reprezentarea obiectelor în memorie

Orice *valoare* (parametri, variabile) din program ocupă loc în memorie.

bit = cea mai mică unitate de memorare, are două valori (0 sau 1)

octet (byte) = grup de 8 biţi, destul pentru a memora un caracter
E cea mai mică unitate *adresabilă* direct (care se poate citi/scrie independent din/în memorie: nu putem citi/scrie doar un bit)

Operatorul `sizeof`: dimensiunea *în octeţi* a unui tip / unei valori
`sizeof(`*tip*`)` sau `sizeof` *expresie* (evaluat la compilare)
Exemplu: `sizeof(char)` e 1: un caracter ocupă (de obicei) un octet
ATENŢIE `sizeof` NU e funcţie. NU se măsoară în biţi!

Folosim `sizeof`: – pentru a determina ce tip de date e suficient pentru a cuprinde o valoare de dimensiune dată în octeţi
– când vrem să alocăm cantitatea corectă de memorie pentru un obiect

Dimensiunea tipurilor *depinde de sistem* (procesor, compilator):
ex. `sizeof(int)` poate fi 2, 4, 8, ... ⇒ nu scriem programul bazat pe o valoare anume ci folosim `sizeof` unde avem nevoie de dimensiune.

Reprezentarea binară a numerelor

În memoria calculatorului, numerele se reprezintă în binar (baza 2).
Valoarea unui *întreg fără semn*, cu k cifre binare (biţi):
$c_{k-1}c_{k-2}\dots c_1c_0\ _{(2)} = c_{k-1} * 2^{k-1} + \dots + c_1 * 2^1 + c_0 * 2^0$
c_{k-1} = bitul *cel mai semnificativ* (superior)
c_0 = bitul *cel mai puţin semnificativ* (inferior)
Exemple: 11111111 e 255; $c_0 = 0 \Rightarrow$ nr. par; $c_0 = 1 \Rightarrow$ nr. impar

Întregi *cu semn*: reprezentate *în complement de 2*
dacă bitul superior e 1, nr. se consideră negativ
valoarea: translatată cu 2^k în jos faţă de interpretarea fără semn.
$1c_{k-2}\dots c_1c_0\ _{(2)} = -2^{k-1} + c_{k-2} * 2^{k-2} + \dots + c_1 * 2^1 + c_0 * 2^0$
Exemple (pe 8 biţi): 11111111 e -1; 111111110 e -2; 10000000 e -128

Numerele reale (altă reprezentare: semn, exponent, mantisă)
`S EEEEEEEE MMMMMMMMMMMMMMMMMMMMMMM` (pt `float`: 1+8+23 biţi)
pt. $0 < E < 255$: $(-1)^S * 2^{E-127} * 1.M_{(2)}$
plus alte cazuri pentru 0, $\pm\infty$, numere foarte mici, erori (NaN)

Tipuri întregi

Alegem tipul potrivit: înainte de `int` se pot scrie *calificatori* pentru:
dimensiune: `short`, `long` (în C99 şi `long long`)
semn: `signed` (implicit, dacă e omis), `unsigned`
Cele două se pot combina; `int` poate fi omis: (ex. `unsigned short`)

`char`: poate fi `signed char` [-128, 127] sau `unsigned char` [0, 255]
`int, short`: $\geq$ 2 octeţi, minim $[-2^{15}, 2^{15}-1]$ = [-32768, 32767]
`long`: $\geq$ 4 octeţi, acoperă minim $[-2^{31}$ (-2147483648) , $2^{31}-1]$
`long long`: $\geq$ 8 octeţi, acoperă minim $[-2^{63}, 2^{63}-1]$
`unsigned` are dimensiunea tipului cu semn: $[0, 2^{8b}-1]$ (b = nr. octeţi)
`sizeof(short)` $\leq$ `sizeof(int)` $\leq$ `sizeof(long)` $\leq$ `sizeof(long long)`

Pe fiecare sistem limitele sunt constante (macrouri) definite în `limits.h`
`INT_MIN`, `INT_MAX`, `UINT_MAX` (ex. 65535), la fel pt. `CHAR`, `SHRT`, `LONG`

C99: `stdint.h` defineşte tipuri de dimensiune precizată (cu/fără semn)
`int8_t`, `int16_t`, `int32_t`, `int64_t`, `uint8_t`, `uint16_t`, `uint32_t`, `uint64_t`

Constante de tipuri întregi

Constante întregi: se pot scrie în program doar în baza 8, 10, 16
în baza 10: scrise obişnuit; ex. `-5`
în baza 8: cu prefix cifra zero; ex. `0177` (127 zecimal)
în baza 16: cu prefix `0x` sau `0X`; ex. `0xA9` (169 zecimal)
sufix `u` sau `U` pentru `unsigned`, ex. `65535u`
sufix `l` sau `L` pentru `long` ex. `0177777L`

Constante de tip caracter
caractere tipăribile, între ghilimele simple: `'0'`, `'!'`, `'a'`

caractere speciale:	`'\0'`	nul	`'\a'`	alarm
`'\b'`	backspace	`'\t'`	tab	`'\n'`	newline
`'\v'`	vert. tab	`'\f'`	form feed	`'\r'`	carriage return
`'\"'`	ghilimele	`'\''`	apostrof	`'\\'`	backspace

caractere scrise în octal (max. 3 cifre), ex: `'\14'`
caractere scrise în hexazecimal (prefix `x`), ex. `'\xff'`

Tipul caracter e tot un tip întreg (de dimensiuni mai mici).
O constantă caracter folosită în expresii e convertită automat la `int`

Tipuri reale

Numerele reale: reprezentate ca *semn* · (1 + *mantisa*) · $2^{exponent}$
Domeniul de valori e simetric faţă de zero
Precizia e *relativă* la mărimea numărului (în modul)
Exemple de *limite* (`float.h`, compilator `gcc` / i386 / 32 biţi / Linux):
`float`: 4 octeţi, între cca. 10^{-38} şi 10^{38}, 6 cifre semnificative

```
FLT_MIN      1.17549435e-38F      FLT_MAX      3.40282347e+38F
FLT_EPSILON  1.19209290e-07F      // nr.min. cu 1+eps > 1
```

`double`: 8 octeţi, între cca. 10^{-308} şi 10^{308}, 15 cifre semnificative

```
DBL_MIN  2.2250738585072014e-308   DBL_MAX  1.7976931348623157e+308
DBL_EPSILON  2.2204460492503131e-16    // nr.min. cu 1+eps > 1
```

`long double`: pentru precizie şi mai mare (12 octeţi)

Constante reale: pot fi scrise în următoarele forme:
cu punct zecimal; optional semn şi exponent (prefix `e` sau `E`)
în mantisă, partea reală sau cea zecimală pot lipsi: `2.` `.5`
Implicit, au tip `double`; cu sufix `f` sau `F`: `float`; `l` sau `L`: `long double`
Se recomandă `double` pentru precizie suficientă în calcule;
funcţiile din `math.h` au tip `double`, şi variante cu sufix: `sin`, `sinf`, `sinl`

Atenție la depășiri și precizie!

`int` (chiar `long`) au domeniu de valori mic (pe 32 biți: cca $\pm$ 2 miliarde)
Pentru multe calcule cu întregi mari (factorial, etc.), e insuficient
$\Rightarrow$ folosim reali (`double`): domeniu de valori mare, dar precizie limitată:
dincolo de 1E16 tipul `double` nu mai distinge doi întregi consecutivi !

O valoare zecimală nu e reprezentată neapărat precis în baza 2,
poate fi o fracție periodică: $1.2_{(10)} = 1.(0011)_{(2)}$
`printf("%f", 32.1f);` va scrie 32.099998

În calcule: pierderi de precizie $\Rightarrow$ rezultatul poate diferi de cel exact
$\Rightarrow$ decât `x==y` e mai robust să testăm `fabs(x - y) <` *ceva foarte mic*
pentru *ceva foarte mic* ales în funcție de specificul problemei

Diferențe mai mici de limita preciziei nu se pot reprezenta
$\Rightarrow$ pentru `x < DBL_EPSILON` (cca. 10^{-16}) avem `1 + x == 1`

Operatori pe biți

Oferă acces la reprezentarea binară a datelor în memorie
facilități apropiate limbajului mașină (de asamblare)
Pot fi folosiți doar pentru operanzi de orice tip întreg

`&`	ȘI bit cu bit	(1 doar când ambii biți sunt 1)
`|`	SAU bit cu bit	(1 dacă cel puțin un bit e 1)
`^`	SAU exclusiv bit cu bit	(1 dacă *exact* unul din biți e 1)
`~`	complement bit cu bit	(valoarea opusă: 1 pt. 0, 0 pt. 1)
`<<`	deplasare la stânga cu număr indicat de biți (se introduc la dreapta biți de 0, cei din stânga se pierd)	
`>>`	deplasare la dreapta cu număr indicat de biți (se introduc la stânga biți de 0 dacă numărul e fără semn) altfel depinde de implementare (ex. se repetă bitul de semn) $\Rightarrow$ cod neportabil pe alt sistem, nu folosiți pt. nr. cu semn!	

Toți operatorii lucrează simultan pe *toți* biții operanzilor.
nu modifică operanzii, ci dau un rezultat (ca și alți operatori uzuali)

Proprietăți ale operatorilor pe biți

`n << k` are valoarea $n \cdot 2^k$ (dacă nu apare depășire)
`n >> k` are valoarea $n/2^k$ (pentru n fără semn; împărțire întreagă) Deci
`1 << k` ar doar bitul k pe 1 $\Rightarrow$ e 2^k pentru `k < 8*sizeof(int)`
`~(1 << k)` are doar bitul k pe 0, restul pe 1

`0` are toți biții 0, `0` are toți biții 1 (nr. cu semn = -1)
complementul păstrează semnul tipului, deci `~0u` e fără semn (`UINT_MAX`)

`&` cu 1 păstrează valoarea, `&` cu bitul 0 e întotdeauna 0
`n & (1 << k)` *testează* (e nenul) dacă bitul k din n e 1
`n & ~(1 << k)` *resetează* (pune pe 0) bitul k în rezultat

`|` cu 0 păstrează valoarea, `|` cu bitul 1 e întotdeauna 1
`n | (1 << k)` *setează* (pune pe 1) bitul k în rezultat

`^` cu 0 păstrează valoarea, `^` cu 1 schimbă valoarea în bitului în rezultat
`n ^ (1 << k)` *schimbă* valoarea bitului k în rezultat

Crearea și selectarea unor tipare de biți

`&` cu 1 nu schimbă, `&` cu 0 face 0 `|` cu 0 nu schimbă, `|` cu 1 face 1
Valoarea dată de biții 0-3 din `n`: ȘI cu $0\ldots01111_{(2)}$ `n & 0xF`
Resetăm biții 2, 3, 4 din `n`: ȘI cu $\sim0\ldots011100_{(2)}$ `n &= ~0x1C`
Setăm biții 1-4 din `n`: SAU cu $11110_{(2)}$ `n = n | 0x1E` `n |= 036`
Schimbăm biții 0-2 din `n`: XOR cu $0\ldots0111_{(2)}$ `n = n ^ 7`
$\Rightarrow$ cu operația și *masca* potrivită din 1 și 0 (scrisă ușor în hexa/octal)

Pentru lucrul cu număr de biți dați de o variabilă:
Întregul cu toți biții 1: `~0` (cu semn) sau `~0u` (fără semn)
întregul cu k biți din dreapta 0, restul 1: `~0 << k`
întregul cu k biți din dreapta 1, restul 0: `(1 << k) - 1` sau `~(~0 << k)`
`~(~0 << k) << p` are k biți pe 1, începând de la bitul p, și restul pe 0
`(n >> p) & ~(~0 << k)`
`n` deplasat cu `p` poziții și ștergem toți biții mai puțin ultimii `k`
`n & (~(~0 << k) << p)`
ștergem toți biții în afară de `k` biți începând cu cel de ordin `p`

Conversii explicite și implicite de tip

Conversii implicite: în expresii `char`, `short` se convertesc la `int`
Tipul de dimensiune mai mică e convertit la cel de mărime mai mare
La dimensiuni egale, tipul cu semn e convertit la tipul fără semn
În expresii mixte întreg-real, întregii sunt convertiți la reali

Conversii la atribuire: se trunchiază când membrul stâng e mai mic !
`char c; int i;` `c = i;` `// pierde biții superiori din i`
ATENȚIE: partea dreaptă e evaluată întâi, independent de cea stângă
`unsigned eur_rol = 37000, usd_rol = 24000` `// curs de schimb`
`double eur_usd = eur_rol / usd_rol;` `// rezultatul e 1 !!!`
(împărțirea întreagă e *înainte* de a face conversia prin atribuire la real)
Atribuind real la întreg, se trunchiază spre zero (partea fracționară)

Conversia explicită (type cast): `(` *numetip* `)`*expresie*
expresia e convertită ca și cum ar fi atribuită la o valoare de tipul dat
ex. `eur_usd = (double)eur_rol / usd_rol` `// real/intreg dă real`

Atenție la semn și depășire

ATENȚIE în funcție de sistem, `char` poate fi `signed` sau `unsigned`
$\Rightarrow$ determină semnul dacă bitul 7 e 1, și valoarea în conversia la `int`
`getchar/putchar` lucrează cu valori convertite din `unsigned char` la `int`

ATENȚIE: practic orice operație aritmetică poate provoca depășire !
`printf("%d\n", 1222000333 + 1222000333);` `// -1850966630`
(rezultatul are cel mai semnificativ bit setat, și e considerat negativ)
`printf("%u\n", 2154000111u + 2154000111u);` `// trunchiat la 4032926`

ATENȚIE la comparații și conversii cu semn / fără semn
`if (-5 > 4333222111u) printf("-5 > 4333222111 !!!\n");`
pentru că `-5` convertit la `unsigned` are valoare mai mare !

Comparații corecte între `int i` și `unsigned u`:
`if (i < 0 || i < u)` respectiv `if (i >= 0 && i >= u)`
(compară `i` cu `u` doar dacă `i` e nenegativ)