

Programarea calculatoarelor

Reprezentare internă. Operatori pe biți

Marius Minea

1 aprilie 2008

Reprezentarea obiectelor în memorie

Orice valoare (parametru, variabilă) din program ocupă loc în memorie.

bit = cea mai mică unitate de memorare, suficientă pentru două valori (identificate convențional cu 0 și 1)

octet (byte) = grup de 8 biți, destul pentru a memora un caracter
– e cea mai mică unitate adresabilă direct (care se poate citi scrie independent din/în memorie)

Operatorul *sizeof*: dimensiunea *în octeți* a unui tip / unei valori
`sizeof(tip)` sau `sizeof expresie` (evaluat la compilare)

Exemplu: `sizeof(char)` e 1: un caracter ocupă (de obicei) un octet

Folosim *sizeof*:
– pentru a determina ce tip de date e suficient pentru a cuprinde o valoare de dimensiune dată în octeți
– când vrem să alocăm cantitatea corectă de memorie pentru un obiect

Dimensiunea tipurilor *depinde de sistem* (procesor, compilator):
ex. `sizeof(int)` poate fi 2, 4, 8, ... ⇒ nu scriem programul bazat pe o valoare anume ci folosim *sizeof* unde avem nevoie de dimensiune.

Reprezentarea binară a numerelor

În memoria calculatorului, numerele se reprezintă în binar (baza 2).

Valoarea unui *întreg fără semn*, cu k cifre binare (biți):

$$c_{k-1}c_{k-2}\dots c_1c_0 \ (2) = c_{k-1} * 2^{k-1} + \dots + c_1 * 2^1 + c_0 * 2^0$$

c_{k-1} = bitul *cel mai semnificativ* (superior)

c_0 = bitul *cel mai puțin semnificativ* (inferior)

Exemple: 11111111 e 255; $c_0 = 0 \Rightarrow$ nr. par; $c_0 = 1 \Rightarrow$ nr. impar

Întregi *cu semn*: reprezentate *în complement de 2*

dacă bitul superior e 1, nr. se consideră negativ

valoarea: translatată cu 2^k în jos față de interpretarea fără semn.

$$1c_{k-2}\dots c_1c_0 \ (2) = -2^{k-1} + c_{k-2} * 2^{k-2} + \dots + c_1 * 2^1 + c_0 * 2^0$$

Exemple (pe 8 biți): 11111111 e -1; 11111110 e -2; 10000000 e -128

Numerale reale (altă reprezentare: semn, exponent, mantisă)

S EEEEEEEE Moooooooooooooooooooo (pt float: 1+8+23 biți)

$$\text{pt. } 0 < E < 255: (-1)^S * 2^{E-127} * 1.M_{(2)}$$

plus alte cazuri pentru 0, $\pm\infty$, numere foarte mici, erori (NaN)

Tipuri Întregi

Alegem tipul potrivit: înainte de int se pot scrie *calificatori* pentru:

- *dimensiune*: short, long (în C99 și long long)
- *semn*: signed (implicit, în caz de omisiune), unsigned

Cele două se pot combina; int poate fi omis: (ex. unsigned short)

- char: poate fi signed char [-128, 127] sau unsigned char [0, 255]
- int, short: ≥ 2 octeți, minim $[-2^{15}, 2^{15} - 1] = [-32768, 32767]$
- long: ≥ 4 octeți, acoperă minim $[-2^{31} (-2147483648), 2^{31} - 1]$
- long long: ≥ 8 octeți, acoperă minim $[-2^{63}, 2^{63} - 1]$
- unsigned are dimensiunea tipului cu semn: $[0, 2^{8b} - 1]$ ($b = \text{nr. octeți}$)
- sizeof(short) \leq sizeof(int) \leq sizeof(long) \leq sizeof(long long)

Aflăm limitele pe un sistem: constante (macrouri) definite în limits.h: INT_MIN, INT_MAX, UINT_MAX (ex. 65535), la fel cu CHAR, SHRT, LONG

C99: stdint.h definește tipuri de dimensiune precizată (cu/fără semn)
int8_t, int16_t, int32_t, int64_t, uint8_t, uint16_t, uint32_t, uint64_t

Constante întregi

- în baza 10: scrise obișnuit; ex. -5
- în baza 8: cu prefix cifra zero; ex. 0177 (127 zecimal)
- în baza 16: cu prefix 0x sau 0X; ex. 0xA9 (169 zecimal)
- sufix u sau U pentru unsigned, ex. 65535u
- sufix l sau L pentru long ex. 0177777L

Constante de tip caracter

- caractere tipăribile, între ghilimele simple: '0', '!', 'a'
caractere speciale:

| | | | | | |
|------|-----------|------|-----------|------|-----------------|
| '\0' | nul | '\a' | alarm | | |
| '\b' | backspace | '\t' | tab | '\n' | newline |
| '\v' | vert. tab | '\f' | form feed | '\r' | carriage return |
| '\"' | ghilimele | '\'' | apostrof | '\\' | backspace |
- caractere scrise în octal (max. 3 cifre), ex: '\14'
- caractere scrise în hexazecimal (prefix x), ex. '\xff'

Tipul caracter e tot un tip întreg (de dimensiuni mai mici).

O constantă caracter folosită în expresii e convertită automat la int

Tipuri reale

Numerele reale: reprezentate ca $semn \cdot (1 + mantisa) \cdot 2^{exponent}$

- domeniul de valori e simetric față de zero

- precizia e *relativă* la mărimea numărului (în modul)

Exemple de *limite* (`float.h`, compilator gcc / i386 / 32 biți / Linux):

- `float`: 4 octeți, între cca. 10^{-38} și 10^{38} , 6 cifre semnificative

| | | | |
|----------------------|------------------------------|----------------------|------------------------------|
| <code>FLT_MIN</code> | <code>1.17549435e-38F</code> | <code>FLT_MAX</code> | <code>3.40282347e+38F</code> |
|----------------------|------------------------------|----------------------|------------------------------|

| | | |
|--------------------------|------------------------------|---|
| <code>FLT_EPSILON</code> | <code>1.19209290e-07F</code> | <code>// nr.min. cu 1+eps > 1</code> |
|--------------------------|------------------------------|---|

- `double`: 8 octeți, între cca. 10^{-308} și 10^{308} , 15 cifre semnificative

| | | | |
|----------------------|--------------------------------------|----------------------|--------------------------------------|
| <code>DBL_MIN</code> | <code>2.2250738585072014e-308</code> | <code>DBL_MAX</code> | <code>1.7976931348623157e+308</code> |
|----------------------|--------------------------------------|----------------------|--------------------------------------|

| | | |
|--------------------------|-------------------------------------|---|
| <code>DBL_EPSILON</code> | <code>2.2204460492503131e-16</code> | <code>// nr.min. cu 1+eps > 1</code> |
|--------------------------|-------------------------------------|---|

- pentru precizie suplimentară: `long double` (12 octeți)

Constante reale

- cu punct zecimal; optional semn și exponent (prefix `e` sau `E`)

- în mantisă, fie partea reală fie cea zecimală poate lipsi: `2. . . 5`

- implicit: de tip `double`; sufix `f` sau `F`: `float`; `l` sau `L`: `long double`

- se recomandă `double` pt. suficientă precizie la calcul;

funcțiile din `math.h` au tip `double`, și variante cu sufix: `sin`, `sinf`, `sinl`

Atenție la depășiri și precizie!

- int (chiar long): domeniu de valori mic (pe 32 biți: cca ± 2 miliarde)
- e insuficient pentru multe calcule cu întregi mari (factorial, etc.)
- folosim reali (double): domeniu de valori mare, dar precizie limitată: dincolo de $1E16$ tipul double nu mai distinge doi întregi consecutivi !
- o valoare zecimală nu e reprezentată neapărat precis în baza 2, poate fi o fractie periodică: $1.2_{(10)} = 1.(0011)_{(2)}$
`printf("%f", 32.1f);` va scrie 32.099998
- în calcule: pierderi de precizie \Rightarrow rezultatul poate dифeри de cel exact
 \Rightarrow decât `x==y` e mai robust să testăm `fabs(x - y) < epsilon` pentru `epsilon` foarte mic, în funcție de specificul problemei
- diferențe dincolo de limita preciziei nu se pot reprezenta
 \Rightarrow pentru `x < DBL_EPSILON` (cca. 10^{-16}) avem `1 + x == 1`

Operatori pe biți

- oferă acces la reprezentarea binară a datelor în memorie
- facilități apropiate limbajului mașină (de asamblare)
- pot fi folosiți doar pentru operanzi de orice tip întreg

- & ȘI bit cu bit (1 doar când ambii biți sunt 1)
- | SAU bit cu bit (1 dacă cel puțin un bit e 1)
- ^ SAU exclusiv bit cu bit (1 dacă *exact* unul din biți e 1)
- ~ complement bit cu bit (valoarea opusă: 1 pt. 0, 0 pt. 1)
- << deplasare la stânga cu număr indicat de biți
(se introduc la dreapta biți de 0, cei din stânga se pierd)
- >> deplasare la dreapta cu număr indicat de biți
(se introduc la stânga biți de 0 dacă numărul e fără semn)
altfel depinde de implementare (ex. se repetă bitul de semn)
⇒ cod neportabil pe alt sistem, nu folosiți pt. nr. cu semn!

Toți operatorii lucrează simultan pe *toți* biții operanzilor.
nu modifică operanze, ci dau un rezultat (ca și alți operatori uzuali)

Proprietăți ale operatorilor pe biți

$n \ll k$ are valoarea $n \cdot 2^k$ (dacă nu apare depășire)

$n \gg k$ are valoarea $n/2^k$ (pentru n fără semn; împărțire întreagă) Deci

$1 \ll k$ ar doar bitul k pe 1 \Rightarrow e 2^k pentru $k < 8*\text{sizeof}(int)$

$\sim(1 \ll k)$ are doar bitul k pe 0, restul pe 1

0 are toți biții 0, 0 are toți biții 1 (nr. cu semn = -1)

complementul păstrează semnul tipului, deci ~ 0 e fără semn (`UINT_MAX`)

$\&$ cu 1 păstrează valoarea, $\&$ cu bitul 0 e întotdeauna 0

$n \& (1 \ll k)$ testează (e nenul) dacă bitul k din n e 1

$n \& \sim(1 \ll k)$ resetează (pone pe 0) bitul k în rezultat

$|$ cu 0 păstrează valoarea, $|$ cu bitul 1 e întotdeauna 1

$n | (1 \ll k)$ setează (pone pe 1) bitul k în rezultat

\sim cu 0 păstrează valoarea, \sim cu 1 schimbă valoarea în bitului în rezultat

$n \sim (1 \ll k)$ schimbă valoarea bitului k în rezultat

Crearea și selectarea unor tipare de biți

& cu 1 nu schimbă, & cu 0 face 0 | cu 0 nu schimbă, | cu 1 face 1

Valoarea dată de biții 0-3 din n: ȘI cu 0...0111₍₂₎ n & 0xF

Resetăm biții 2, 3, 4 din n: ȘI cu ~0...011100₍₂₎ n &= ~0x1C

Setăm biții 1-4 din n: SAU cu 11110₍₂₎ n = n | 0x1E n |= 036

Schimbăm biții 0-2 din n: XOR cu 0...0111₍₂₎ n = n ^ 7

⇒ cu operația și *masca* potrivită din 1 și 0 (scrisă ușor în hexa/octal)

Pentru lucrul cu număr de biți dați de o variabilă:

Întregul cu toți biții 1: ~0 (cu semn) sau ~0u (fără semn)

Întregul cu k biți din dreapta 0, restul 1: ~0 << k

Întregul cu k biți din dreapta 1, restul 0: (1 << k) - 1 sau ~(~0 << k)

~(~0 << k) << p are k biți pe 1, începând de la bitul p, și restul pe 0

(n >> p) & ~(~0 << k)

n deplasat cu p poziții și ștergem toți biții mai puțin ultimii k

n & (~(~0 << k) << p)

ștergem toți biții în afară de k biți începând cu cel de ordin p

Conversii explicate și implicate de tip

Conversii implicate: În expresii – char, short se convertesc la int
– tipul de dimensiune mai mică: convertit la cel de mărime mai mare
– la dimensiuni egale, tipul cu semn e convertit la tipul fără semn
– în expresii mixte întreg-real, întregii sunt convertiți la reali

Conversii la atribuire: se trunchiază când membrul stâng e mai mic !
char c; int i; c = i; // pierde biții superiori din i

ATENȚIE: partea dreaptă e evaluată întâi, independent de cea stângă
unsigned eur_rol = 37000, usd_rol = 24000 // curs de schimb
double eur_usd = eur_rol / usd_rol; // rezultatul e 1 !!!
(împărțirea întreagă e înainte de a face conversia prin atribuire la real)
Atribuind real la întreg, se trunchiază spre zero (partea fracționară)

Conversia explicită (type cast): (numetip)expresie
expresia e convertită ca și cum ar fi atribuită la o valoare de tipul dat
ex. eur_usd = (double)eur_rol / usd_rol // real/intreg dă real

Atenție la semn și depășire

ATENȚIE În funcție de sistem, char poate fi signed sau unsigned
⇒ determină semnul dacă bitul 7 e 1, și valoarea în conversia la int
getchar/putchar lucrează cu valori convertite din unsigned char la int

ATENȚIE: practic orice operație aritmetică poate provoca depășire !
`printf("%d\n", 1222000333 + 1222000333); // -1850966630`
(rezultatul are cel mai semnificativ bit setat, și e considerat negativ)
`printf("%u\n", 2154000111u + 2154000111u); // trunchiat la 4032926`

ATENȚIE la comparații și conversii cu semn / fără semn
`if (-5 > 4333222111u) printf("-5 > 4333222111 !!!\n");`
pentru că -5 convertit la unsigned are valoare mai mare !

Comparații corecte între int i și unsigned u:

`if (i < 0 || i < u) respectiv if (i >= 0 && i >= u)`
(compară i cu u doar dacă i e nenegativ)